Capitolo 2
Acustica generale lineare
(Giuliana Benedetto, Roberto M. Gavioso, Alberto Giuliano Albo, Renato Spagnolo)

Ordini di grandezza

Convenzionalmente, la soglia uditiva umana, alla frequenza di 1 kHz, corrisponde alla pressione sonora $p = 2 \times 10^{-5}$ Pa.
All'estremo opposto, la soglia cosiddetta di panico corrisponde alla pressione sonora $p \approx 60$ Pa. A quest'ultima corrisponde una variazione relativa di densità (massa volumica), in aria a pressione atmosferica ($P = 10^5$ Pa),

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{P\gamma} \approx 4 \times 10^{-4} \;,$$

con γ (= 1,4) rapporto tra i calori specifici rispettivamente a pressione e volume costante.

Più in generale:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_0 c_0^2}\, p = \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_S p \;,$$

con c_0 velocità di propagazione dell'onda acustica; confronta con eq. (2.2.6) nel testo. Il termine $1/\left(\rho_0 c_0^2\right) = \beta$ è la compressibilità adiabatica del mezzo.

In aria (per ρ_0 = 1,29 kg/m^3 e $c_0 \approx 340$ m/s), risulta $\rho_0 c^2 \approx 1{,}4 \times 10^5$ Pa e $\beta \approx 7050 \times 10^{-9}$ Pa^{-1} [1].
In acqua (per ρ_0 = 10^3 kg/m^3 e $c_0 \approx 1500$ m/s), risulta $\rho_0 c^2 \approx 2{,}5 \times 10^9$ Pa e $\beta \approx 0{,}4 \times 10^{-9}$ Pa^{-1} [1].

Per un'onda piana progressiva, la velocità delle particelle (o di particella), u, è data da:

$$u = \frac{p}{\rho_0 c_0} \;,$$

dove, come noto, $\rho_0 c_0$ è l'impedenza acustica caratteristica del fluido. Dividendo per c_0, si ottiene:

$$\frac{u}{c_0} = \frac{p}{\rho_0 c_0^2} = \frac{\rho}{\rho_0} = M \;,$$

cioè una formulazione del numero di Mach, M (vedi Capitolo 3, p. 162), in termini di variazione di densità relativa del mezzo prodotta dalla propagazione dell'onda.

In aria, alla pressione sonora di 60 Pa, corrispondente al livello di pressione sonora $L_p \approx 130$ dB, si ottiene pertanto $M = (\rho/\rho_0) \approx 4 \times 10^{-4}$, che riconduce alla prima relazione sopra riportata. Poiché $M << 1$, è giustificata l'approssimazione lineare dell'equazione d'onda.

L'ampiezza dello spostamento delle particelle, s, per un'onda armonica di pulsazione $\omega = 2\pi f$, è uguale a

$$s = \frac{|u|}{\omega} \;.$$

Alla frequenza $f = 1$ kHz, in aria (assumendo $\rho_0 c_0$ = 440 Pa·s/m), risulta quindi:

$p = 60$ Pa, $u \approx 1{,}4 \times 10^{-1}$ m/s, $s \approx 2{,}2 \times 10^{-5}$ m,

$p = 2 \times 10^{-5}$ Pa, $u \approx 4{,}5 \times 10^{-8}$ m/s, $s \approx 7 \times 10^{-12}$ m.

Si osserva che lo spostamento delle particelle, s, alla pressione sonora di soglia (quindi in grado di produrre sensazione uditiva), è quasi quattro ordini di grandezza inferiore al libero cammino medio delle molecole in aria, pari, a pressione atmosferica, a circa 5×10^{-8} m.

Ancora riguardo alla straordinaria sensibilità dell'orecchio umano, si può dimostrare [2] che la pressione sonora di soglia a 1 kHz ($p = 2 \times 10^{-5}$ Pa) è dello stesso ordine di grandezza della pressione, p_t, esercitata sul timpano per agitazione termica delle molecole in aria:

$$p_t \approx \frac{P}{\sqrt{n}} \approx 10^{-5} \text{ Pa},$$

dove $n \approx 10^{20}$ è il numero di molecole che collidono sul timpano (con il diametro assunto uguale a 5 mm) entro un periodo di oscillazione (1 ms).

[1] Nota: nel testo, Capitolo 2, p. 42, righe 2, 3 e 4, 10^9 deve essere sostituito con 10^{-9}.
[2] S.W. Rienstra, A. Hirschberg, *An Introduction to Acoustics*, Eindhoven University of Technology, 2015.